

図形領域の教材についての理解を深める算数的活動 —「対称な図形」を題材にした学生に対する実践授業を通して—

橋本 吉貴（教育学科）

Study on Mathematical Activities Conducted with Teaching Materials on Geometrical Figures: Focusing on University Classroom Teaching of Symmetric Figures

Yoshitaka Hashimoto

Department of Education, Kamakura Women's University

Abstract

In this paper, teaching practice was carried out by conducting mathematical activities involving symmetric figures with university students. Some changes in students' understanding of symmetric figures were observed after "monkiri" (i.e. paper-cutting).

The results of the questionnaire survey indicated the following. First, the university students deepened their understanding of line symmetry and point symmetry of geometrical figures. Second, the students seemed to be very interested in the mathematical activities.

I believe that the university students can use this experience to interest elementary school children in mathematical activities in the near future.

Key words : geometrical figure, line symmetry, point symmetry, mathematical activity, university student

キーワード: 図形、線対称、点対称、算数的活動、大学生

1. はじめに

現行の学習指導要領（平成23年度より実施）の中で強調されている算数的活動は、算数科の授業において大切な活動である。この中には例えば、作業的・体験的な活動、発展的に考える活動、具体物を用いた活動などが含まれている。『小学校学習指導要領解説 算数編』（2008）によると、算数的活動を取り入れることによって、算数の授業を次のように改善できると述べられている。その一部を抜粋する。

- 算数の授業を児童の活動を中心とした主体的なものとする。
- 算数の授業を児童にとって楽しいものとする。
- 算数の授業を児童にとって感動のあるものとする。
- 算数の授業を創造的、発展的なものとする。
- 算数を日常生活や自然現象と結び付いたものとする。

大学の授業で学生に、これまでに自分が受けてきた算数の授業についてのイメージを質問すると

「教師から一方的に問題を与えられ、その問題を解くということの繰り返し」「日常生活で算数がどのように役に立っているのか、私にはあまり実感が無い」という回答が多かったと同時に、他の教科と比べ「楽しい」というイメージの少ない学生が多かった。

そこで、学生自身がまず算数的活動を体験し、楽しむことが、将来教員になったときにその楽しさを子どもに伝えていくことにつながると考えた。

筆者はこれまでに、算数的活動を通した大学での実践授業として、「図形の敷き詰めに関する一考察」（2006年）と「日本の文化を伝承する算数教育についての研究」（2012年）を行ってきた。

図形の敷き詰めに関する研究では、研究から得られた知見として、合同な三角形・四角形・正六角形は平面をなぞすきまなく敷き詰めることができるのか、ということの理解と、学生が図形の持つ美しさを実感することができた。

一方、後者の研究では大工道具でもある曲尺（かねじゃく）を使った活動を通して、黄金比や白銀比は建築技術に応用されていて、日本の伝統文化と深い関連があることと、学生が曲尺の模型を作り、その便利さを実感することによって、算数的活動の楽しさを実感することができた。

そこで、本研究では図形領域の別の事例として、「対称な図形」の教材を使った算数的活動を行い、研究を進める。具体的な内容については研究の目的のところで記述する。

「対称な図形」は、第6学年で学習する内容である。すでに学習した図形を対称という新しい観点でみることによって、図形についての理解を深めることがねらいである。『小学校学習指導要領解説 算数編』（2008）によると、「線対称、点対称の意味について、観察や構成、作図などの活動を通して理解できるようにし、線対称な図形、点対称な図形、線対称でかつ点対称でもある図形を弁別するなどの活動を通して、図形の見方を深めることが大切である」と述べられている。

2. 研究の目的と方法

本研究の目的は、次の2点である。

- (1) 図形領域に関連する算数的活動について、その概観を明らかにすること。
- (2) 紋切り型の作品制作の事前と事後における、対称な図形に対する学生の認識の変容を明らかにすること。

上記2つの目的を達成するために、以下の方法で研究を行う。

- (1) 図形領域に関連する文献にあたり、算数的活動の事例をまとめる。
- (2) 対称な図形についての事前調査を実施し、紋切り型の作品制作の前における、学生の認識を明らかにする。
- (3) 紋切り型の作品の制作後に事後調査を実施し、対称な図形に対してどのような意識の変容が現われるのかを明らかにする。

3. 図形領域における算数的活動の事例

(1) 事例1（中学年の事例）

坪田（2004）が『算数楽しくハンズオン・マス』の中でタングラムを用いた算数的活動を展開している。なお、この教材については筆者も鎌倉女子大学併設校の高校3年生を対象とした高大連携プログラム（平成23年実施）の中で行っている。

タングラムは「知恵の板」とも呼ばれ、正方形を7枚のピースに切ったものである。

そのうち1枚だけ、裏返すと向きが変わるピースがある。ピースを並べ替えることによって、長方形・二等辺三角形・台形・平行四辺形、さらには五角形や六角形を作ることにも可能である。シルエットの上に重ねて同じ形を作る活動も、楽しい学習である。

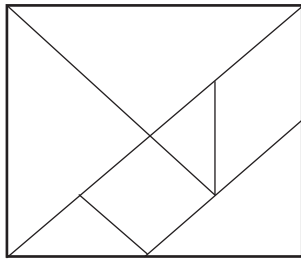
第3学年の単元「二等辺三角形と正三角形」において、いくつかの三角形や四角形を組み合わせで別の形を構成するという活動である。

【授業の流れ】

①タングラムを作る。

10cm四方の工作用紙を1人1枚ずつ配付し、図1のように分割する。この作り方については割愛する。

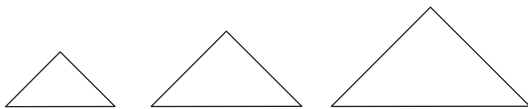
図1 タングラム



②タングラムを何枚か組み合わせて直角二等辺三角形を作る。

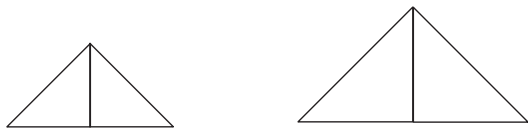
1枚（単独）では、小・中・大の3種類ができる。

図2 タングラム1枚でできる直角二等辺三角形



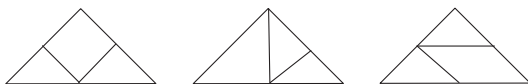
2枚では、大小2種類の直角二等辺三角形ができる（図3参照）。

図3 タングラム2枚でできる直角二等辺三角形



3枚では、図4に示すような3種類の直角二等辺三角形ができる。

図4 タングラム3枚でできる直角二等辺三角形

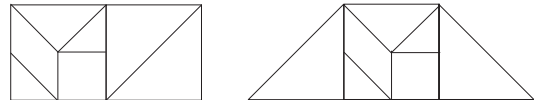


この②の活動から、大直角二等辺三角形は、小直角二等辺三角形4枚分の大きさになっていることがわかる。なお、ここで図4の一番右端にある

平行四辺形は、図1をもとに作った平行四辺形を使っている。

③7枚のピース全部を使って、長方形、等脚台形をつくる活動

図5 長方形と等脚台形



ここで、図5からもわかるように、大直角二等辺三角形2枚を動かすことによって、長方形から等脚台形に変形ができることを学習する。これを応用すると、7枚のピース全部を使った平行四辺形も作ることができる。このように、バラバラの状態から作ろうとすると困難であるが、5枚のピースを固定して残りの2枚を動かすことに気が付けば、比較的容易に作ることが可能である。

前述にある、筆者が高校生を対象に行った授業では、③の活動の後で正方形の面積を1としたときの、残りの6枚のピースのそれぞれの面積を求める活動を行った。続いて、残りの6枚のピースの各辺の長さを求める活動を行った。その計算の過程で、生徒は $\sqrt{2}$ や $\sqrt{8}$ のような無理数が出てくることを学習した。

（2）事例2（低学年の事例）

次に、植松（2010）『表現力はこうして育てる！1年』の中での実践事例を紹介する。

ここで述べられている、育てたい表現力を以下に要約する。箱の中にある立体を手で触り、その特徴を友達に伝える。そのときに、立体を触っている子どもからの情報を一方的にもらうのではなく、聞き手の方から形を判断するのに必要な情報を求めることによって、頭の中に描いている形のイメージと言葉をつないで考える力が育つ。

【授業の流れ】

①問題の提示

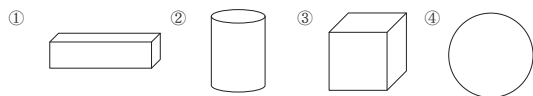
両側から手を入れられる、穴の開いた箱を児童に提示する。

その中に、子どもたちが持参した立体図形を入れる。ただし、図6にあるように、児童は予め直方体、円柱、立方体、球を持ってきている。

以下のようなルールを確認する。

- ・どんな形のものが入っているか、代表の児童が中に手を入れて触ってみること。
- ・触ってわかったことを、言葉で友達に伝えること。
- ・聞いたことを手がかりに、どんな形かを当てること。
- ・わかったら、下の4つの形から選ぶこと（④は球）。

図6 箱の中に入っている立体図形



① 1回目の試行

箱の中に手を入れた児童は、「四角い箱で横に長い形」と表現した。この表現から、中に入っている立体は①の直方体だとわかる。

② 2回目の試行

活動②と同じように箱の中に別の形を入れて、代表の児童に触らせる。しかし、さらに以下のようなルールを追加する。

- ・代表の児童は、聞き手の児童が質問したことにだけ答える。
- ・聞き手の児童は、一度に1つのことだけしか質問できない。

試行が始まると、「平らなところはあるか」「丸いところはあるか」という質問に対して共に肯定したことから、中に入っている立体は②の円柱だとわかる。

(3) 事例3（高学年の事例）

事例2とよく似た授業展開で、大桑（2010）が『表現力はこうして育てる！5年』の中で実践事例を報告している。ここでは、三角柱～六角柱ま

での柱体、円柱、三角錐、四角錐、円錐を箱の中に入れて、「平行な面はあるか」「底面は円か」「三角の面はあるか」というヒントをもとに、立体図形の形を当てるという展開で実践を行っている。

4. 大学での「対称な図形」の実践事例

(1) 調査対象

本学教育学部の学生を対象とした。学生の大部分は教員を希望している。今回は、前期に開講された学部1年生対象「算数①」という授業の受講者計90名を対象に、大学の講義の中で行った。算数①は、小学校教員の免許必修科目であるので、必ずしも全員が算数的活動に興味を持っているかどうかは定かではないが、小学校教員を目指していることは確かである。

(2) 講義の流れ

①事前の質問紙調査の実施

紋切りの作品制作に入る前に、事前の質問紙調査を実施した。質問紙は記名式である。

(質問項目)

- ・線対称な図形について言葉で説明し、具体的に図形をかきましょう。
- ・点対称な図形について言葉で説明し、具体的に図形をかきましょう。
- ・対称な図形を学習することで、子どもにどのような力が身につくと思いますか。

なお、質問紙調査を実施するにあたっては、被験者に対して調査の趣旨、内容、目的を説明すると共に、筆者の研究の中で使用することについて、同意を得た。

② 対称な図形についての解説

線対称な図形と点対称な図形の定義を伝え、図7～図9にある図形を示した。

- 線対称な図形：直線Lを折り目として2つに折ったとき、ぴったり重なる形。
- 点対称な図形：1つの点Oを中心に180°回転したとき、ぴったり重なる形。

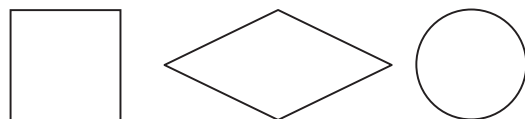
図7 線対称な図形



図8 点対称な図形



図9 線対称でもあり、点対称でもある図形



③ 紋切り型の作品制作

紋切り型は、江戸時代に始まった切り絵のことで、『紋切り型』（下中菜穂，エクスプランテ）のシリーズ本として、花之巻、風之巻、月之巻、雪之巻（春夏秋冬をイメージ）が出版されている。この中から今回の実践授業では、月之巻、雪之巻の作品制作を行った。なお、この作品集はコピー可となっており、コピーして学生に配付することは許可されている。

④ 事後の質問紙調査の実施

学生の変容を考察するために、事前調査と同一の項目で事後の質問紙調査を実施すると共に、紋

切り型の作品と、作品を制作しての感想を提出させた。

5. 考察

（1）事前の質問紙調査

4（2）の①に示すような3項目で質問を設定した。回答結果は以下の通りである。

①線対称な図形について言葉で説明し、具体的に図形をかきましょう。

90名の回答結果を表1にまとめる。

まず、線対称な図形の定義を思い出して自分なりに表現した回答は4通り（A～D）で、言葉による表現のほかに正しい図形も描いていた。そして、図形のみを描いた回答（E）、無回答（F）の計6通りに分類できた。回答Eは正しい図形が描かれているが、言葉による説明が記述されていなかった。

回答Aが線対称な図形の定義と合致し、全体の52.2%（約半分）である。回答B～Dも数学的には誤ってなく全体の34.4%である。回答EとFについては、全体の13.3%で、後ほど事後調査での考察対象とする。

②点対称な図形について言葉で説明し、具体的に図形をかきましょう。

まず、点対称な図形の定義を思い出して自分なりに表現した回答は、5通り（A～D）。そして図形のみを描いた回答（E）、無回答（F）の計6通りに分類できた。回答Aの学生のみ、全員が

表1 線対称な図形の定義（事前調査）

回答例	回答数
A：2つに折ったとき、ぴったり重なる形	47
B：真ん中に線を引いたとき、左右対称になる	15
C：真ん中に線を引いたとき、左右の形が同じ	8
D：線をはさんで同じ形になる	8
E：図形のみ描画	7
F：無回答	5

表 2 点対称な図形の定義（事前調査）

回答例	回答数
A：180°回転したとき、ぴったり重なる形	25
B：360°回転したとき、ぴったり重なる形	5
C：回転させたとき、ぴったり重なる形	14
D：原点に対して対称になっている形	16
E：図形のみ描画	13
F：無回答	17

表 3 子どもに身につく力（事前調査）

回答例	回答数
A：図形の想像力や発想力に関連した記述	49
B：図形の内容・性質・仕組みに関連した記述	19
C：図形の問題に慣れる又は強くなる	5
D：無回答	17

正しい図形を描いていた。回答B～Eの中には、線対称な図形（ここでは誤答になる）を描いていた学生も見られた。

回答Aが点対称な図形の定義と合致し、全体の27.8%（約3分の1）である。回答Bは、360°回転させるともとの図形とぴったり重なるのは当然なので誤答とした。回答Cは、角度についての記述がなかった。回答Dは、点対称な図形の「対称の中心O」を原点に重ねると確かに対称になっているので数学的には誤っていない（表2参照）。

③対称な図形を学習することで、子どもにどのような力が身につくと思いますか（表3参照）。

学生の回答は図形の想像力や発想力に関連した記述（A）、図形の内容・性質・仕組みに関連した記述（B）、図形の問題に慣れる又は強くなる（C）、無回答（D）の計4通りに分類できた。回答Aは54.4%で、圧倒的に多かった。回答Dが18.9%と約5分の1の学生が対称な図形の重要性について、まだ認識していないということになる。

（2）学生の制作した作品

学生の制作した作品の中から、線対称や点対称を意識したという作品を何点か紹介する。

①Aさんの作品

図10 Aさんの作品

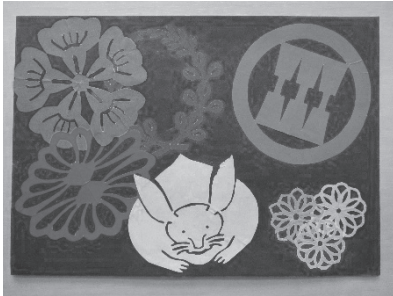


【感想】切り絵をしていて、開いてみるまで全体の形が分からなくて、開く度にわくわくした。自分で線対称や点対称な図形を身近なものから探し出すことを通して、探究心や図形を認識する能力

が身につくと思う。

②Bさんの作品

図11 Bさんの作品



【感想】 紋切り型を作りながら、この図形は線対称だけと点対称ではないと考えたりするのが面白かった。また、線対称と言えば四角形とか六角形とか二等辺三角形ばかり浮かんでいたが、今回のレポートでいろいろな形があるのかと初めて知ることができた。

③Cさんの作品

図12 Cさんの作品



【感想】 複雑な形を切るのは大変だったけど、切り終わったあとに達成感があった。この作品づくりは、子どもに図形に対する関心を持たせ、図形の知識が身につくと思われる。

また、以下のような感想も見られた。

- とても楽しく作れた。自分自身も想像力を働かせ、テーマが伝わるように工夫することができた。
- 紋切り型の中で切る前から完成形が分からない

ものはやっていて楽しかった。小学生も興味をもって取り組んでくれそうだった。

- この課題を通して、自分自身も沢山の発見ができてよかった。こんな風に色紙を切って楽しみながら対称な図形について学べるのはすごく良いことだと思うので、自分が先生になったときに子どもたちにやらせたいと思った。

これらの記述から、学生が紋切り型を制作し考察するような算数的活動を通して、図形領域の教材に興味を持つことができたことと、将来教員になったときに子どもたちに楽しさを伝えたいという姿勢が読み取れた。

(3) 事後の質問紙調査

事前調査と同一の項目で事後の質問紙調査を実施し、学生の変容を考察する。

① 線対称な図形について言葉で説明し、具体的に図形をかきましょう。

表1（事前調査）と同じ項目にしたがって、表4にまとめる。

回答Aが線対称な図形の定義と合致するもので、事前（47名、52.2%）に対して事後（74名、82.2%）と大幅に増加した。また、回答EとFについても事前（12名、13.3%）から事後（1名、1.1%）と大幅に減少した。このことから、線対称な図形についての理解を深めるのに紋切り型の作品制作は有効であったといえる。

② 点対称な図形について言葉で説明し、具体的に図形をかきましょう。

表2（事前調査）と同じ項目にしたがって、表5にまとめる。

回答Aが点対称な図形の定義と合致するもので、事前（25名、27.8%）に対して事後（77名、85.6%）と飛躍的に増加した。そして、回答BとCについては事前（19名、21.1%）から事後（10名、11.1%）へ約半数に減少し、回答EとFについても事前（30名、33.3%）から事後（3名、3.3%）と大幅に減少した。このことから、点対称な図形についての理解を深めるのに紋切り型の作品制作は有効であったと言える。

表 4 線対称な図形の定義（事後調査）

回答例	回答数
A：2つに折ったとき、ぴったり重なる形	74
B：真ん中に線を引いたとき、左右対称になる	7
C：真ん中に線を引いたとき、左右の形が同じ	8
D：線をはさんで同じ形になる	0
E：図形のみ描画	1
F：無回答	0

表 5 点対称な図形の定義（事後調査）

回答例	回答数
A：180°回転したとき、ぴったり重なる形	77
B：360°回転したとき、ぴったり重なる形	2
C：回転させたとき、ぴったり重なる形	8
D：原点に対して対称になっている形	0
E：図形のみ描画	2
F：無回答	1

以上①と②の考察から、対称な図形についての理解を深めるのに紋切り型の作品制作は有効であったことが示される。

③対称な図形を学習することで、子どもにどのような力が身につくと思いますか。

事前調査では、「想像力」や「発想力」「図形の概念」といった、単語で答えている学生が多かったのに対して、事後調査では、紋切り形の作品を制作した感想を含みながら、文章でまとめている。その中から何点か紹介する。

- 自分の身近なもので対称なものを探すようになるし、紙をこう切るとこの形になるという想像力がつくと思う。
- 想像力が豊かになると、自分で何が線対称で点対称か理解し考えることで、算数的な能力が身につくと思う。また、計算が苦手な子もこのような活動で算数の楽しさを知ってほしい。
- 対称な図形を学習することで、図形の成り立

ちが分かると思う。また、実際に自分で折り紙等を使って図形を考えて作ってみることは、線対称や点対称の図形についてもよく理解できるからとても効果的だと思う。

6. 知見と今後の課題

本研究から得られた知見は、以下の3点である。

- (1) 対称な図形についての理解を深めるのに紋切り型の作品制作は有効であった。とくに事前調査では点対称な図形についての定義について全く記述ができなかった学生も、事後調査ではその多くが正確に定義できるようになった。
- (2) 紋切り型の作品制作によって、子どもの身につく力について、事前調査では「想像力」や「図形の性質」あるいは無回答だった学生が、具体例を含みながらしっかりと記述できるようになった。
- (3) 紋切り型の作品のレポートの記述内容から、算数的活動を通して学生が図形領域の教材に興味

を持つことができたことが明らかになった。

今後の課題は、図形領域における他の単元において、算数的活動を取り入れた実践授業を行いその有効性を探ることである。

【引用・参考文献】

- 文部科学省（2008）『小学校学習指導要領解説 算数編』，
p.19, p.174.
- 坪田耕三（2004）『算数楽しくハンズオン・マス』，教
育出版，pp.110-116.
- 橋本吉貴（2011）鎌倉女子大学、高大連携プログラム
『高等部3年集中講座』資料
- 植松仁（2010）『表現力はこうして育てる！1年』，東
洋館出版社，pp.34-37.
- 大桑政記（2010）『表現力はこうして育てる！5年』，
東洋館出版社，pp.94-99.

要旨

本研究は、大学生に算数的活動を通して「対称な図形」の実践授業をしたとき、紋切り型の作品の制作の前後における、対称な図形に対する学生の認識の変容を考察したものである。

調査結果から、学生は線対称な図形と点対称な図形の理解が深まるとともに、興味を持って算数的活動に取り組むことができたことが明らかになった。

学生自身が算数的活動を体験し楽しむことが将来教員になったときに、その楽しさを子どもに伝えていくことになるものと考ええる。算数的活動は、学習指導要領の中でも強調されている大切な活動である。紋切り型の作品制作は、算数的活動の一例として、学生が図形教材の理解を深める手段として有効であることを示唆している。

（2013年10月1日受稿）